

MODEL QUESTION PAPER
MATHEMATICS

Time: 3 Hrs

CLASS - XII

M. 11. 100

सामान्य निर्देश :-

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं जो चार खंडों में विभाजित हैं "अ", "ब", "स" तथा "द" खण्ड "अ" में चार प्रश्न हैं जिसमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड "ब" में 8 प्रश्न हैं। जिसमें से प्रत्येक 4 अंक का है। खण्ड "स" में 14 प्रश्न हैं। जिसमें प्रत्येक 4 अंक का है। खण्ड "द" में 6 प्रश्न हैं। जिसमें प्रत्येक 6 अंक का है।
- (iii) पूर्ण प्रश्न पत्र में विद्यमान नहीं है कि भी चार अंकी वाले 3 प्रश्नों में तथा 6 अंकी वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प ऐसे सभी प्रश्नों में से आपकी एक ही विकल्प चुनकर लें।
- (iv) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है। यदि आवश्यक हो तो आप अद्युक्त गणकीय सारणियाँ माँग सकते हैं।

SECTION - A

खण्ड - "अ"

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

प्रश्न- 1 यदि $\begin{bmatrix} -8 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix} = A + \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ है तो

आव्यूह A का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न: 2. \sqrt{x} का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए।

प्रश्न 3 अवकल समीकरण $xy \frac{d^2y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y \frac{dy}{dx} = 0$ की कोटि एवं घात बताइए।

प्रश्न 4. सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ के अनुदिश मात्र सदिश ज्ञात कीजिए।

SECTION - B

संख्या - "ब"

(प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।)

प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1} \frac{2}{11} + \sin^{-1} \frac{7}{24} = \sin^{-1} \frac{1}{2}$

प्रश्न 6. यदि $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 5 & 4 & -9 \end{vmatrix}$ हो तो $|A|$ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. x के सापेक्ष $\sec(\sin^{-1} x)$ का अवकलन कीजिए।

प्रश्न 8. यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ हों तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. $\int \frac{\sec^2 x}{\cos^2 x} dx$ का समाकलन कीजिए।

प्रश्न 10. यदि $e^x \sin y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$ वाले अवकल समीकरण को हल करें।

प्रश्न 11. दो समतलों $3x - 6y + 2z = 7$ और $2x + 3y - 2z = 5$ के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. यदि $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, तो $P(A/B)$ ज्ञात कीजिए।

SECTION - C

संख्या - "स"

(प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।)

प्रश्न 13 सिद्ध कीजिए कि $f(x) = |x|$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ न तो एकैकी है। और न आच्छादक है, जहाँ $|x|, x$ से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

अथवा

$$\text{माना } n \in \mathbb{N} \text{ के लिए } f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{यदि } n \text{ विषम है} \\ \frac{n}{2} & \text{यदि } n \text{ सम है,} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ है, बताइए कि क्या फलन f एकैकी आच्छादक है, अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

प्रश्न 14 सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{7} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$

अथवा

$$\cos^{-1} \left[2 \cos \left(2 \sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right] \text{ का मान ज्ञात कीजिए}$$

प्रश्न 15 शब्दों के कुलघर्म का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

प्रश्न 16. $f(3.02)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ $f(x) = 3x^2 + 5x + 3$ है।

अथवा

एक स्थिर शील में एक पत्थर डाला जाता है और तबली घुंटी में 4 cm/s गति से चलती है। जब शील की गति 10 cm/s है। तो उस अन, विश्व हुआ

क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है।

- प्रश्न 17 फलन $\frac{1}{1 - \tan x}$ का समाकलन कीजिए।
- प्रश्न 18 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$ का व्यापक
हल ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 19. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए
जिसकी संलग्न भुजाएँ $a = 3i + j + 4k$ और
 $b = i - j + k$ द्वारा निर्धारित हैं।
- प्रश्न 20 दो सदिशों a और b के परिमाण ज्ञात कीजिए,
यदि इनके परिमाण समान हैं और इन के बीच का
कोण 60° है तथा इनका अदिश गुणनफल $\frac{1}{2}$ है।
- प्रश्न 21 यदि $y^x = x^y$ ले तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 22 एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र
रूप से हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$
यदि दोनों स्वतंत्र रूप से समस्या हल करने का
प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि
1. समस्या हल हो जाती है।
 2. उनमें से तब्यतः कोई एक समस्या हल करकेता,
है।
- प्रश्न 23 एक पासे को तीन बार उछासा जाता है। नो कम
से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की
प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

SECTION - D

शब्द - ६

(प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है)

प्रश्न 24. आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को-एक

सममित तथा विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

प्रश्न 25. यदि $y = (\sqrt{x^2+1})^2$ है तो दर्शाए कि
 $(x^2+1)^2 y_2 + 2x(x^2+1)y_1 = 2$ है।

प्रश्न 26 $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. समाकलन का उपयोग करते हुए ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-1, 0)$, $(1, 3)$ एवं $(3, 2)$ हैं।

अथवा

वक्र $x^2 = 4y$ एवं रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 28 समतली त. $(i+j+k) = 6$ और त. $(2i+3j+4k) = 5$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(1, 1, 1)$ से जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और
 $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच
 की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 29. एक निर्माणकर्ता नल और बोल्डर का निर्माण करता है एक पैकल नले के निर्माण में मशीन A पर एक घंटा और मशीन B पर 3 घंटे काम करना पड़ता है। जबकि एक पैकल बोल्डर के निर्माण में 3 घंटे मशीन A पर और 1 घंटा मशीन B पर काम करना पड़ता है। नले से ₹8-7.50 प्रति पैकल और बोल्डर पर ₹8 = 7.00 प्रति पैकल लाभ कमाता है। यदि प्रति दिन मशीनों का अधिकतम उपयोग 12 घंटे किया जाय तो प्रत्येक (नल और बोल्डर) के कितने पैकल ~~अधिकतम~~ उत्पादित किए जाएं ताकि अधिकतम लाभ कमाया जा सके।