बोर्ड मॉडल प्रश्नपत्र 2018 - I

विषय– गणित , कक्षा– 12वीं

पूर्णांक–100 **समय** – 3घंटा

निर्देश– 1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

2. **खण्ड** (अ)मे 1 से 4 तक का प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का हैं।
3. **खण्ड** (ब)मे 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक हैं।
4. **खण्ड** (स)मे 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंको का है।प्रश्न क्र.13,14एवं 17 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
5. **खण्ड** (द)मे 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंको का है।प्रश्न क्र. 27 एवं 28 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

खण्ड (अ)

प्रश्न 1. $\begin{vmatrix} 2+3i & 4 \\ 1 & 2-3i \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 2. $\int \sin(ax+b)\cos(ax+b)\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. अवकल समीकरण $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}$ की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

खण्ड (ब)

प्रश्न 5. मान ज्ञात कीजिए– $\sin[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}(-\frac{1}{2})]$

प्रश्न 6. यदि $f(x) = x^2 - 2x - 3$ तो $f(A)$ का मान ज्ञात कीजिए, जबकि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

प्रश्न 7. a और b के बीच सम्बन्ध स्थापित कीजिए , जिसके लिए –

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & x \le 3 \\ bx+3, & x > 3 \end{cases}$$

, द्वारा परिभाषित फलन x=3 पर संतत है।

प्रश्न 8. फलन $\sec(\tan\sqrt{x})$ को x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्रश्न 9. मूल्यांकन कीजिए– $\int \frac{\cos 2x + 2\sin^2 x}{\cos^2 x}\,dx$

प्रश्न 10. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x\,e^{-y}$ को हल कीजिए।

प्रश्न 11. रेखाओं $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ और $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. एक पासे को एक बार उछाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सम अंक या 5 से कम अंक प्राप्त हों।

खण्ड (स)

प्रश्न 13. $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।

z

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f:[-1,1] \to R$, $f(x) = \frac{x}{x+2}$ द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है। फलन $f: \{[-1,1] \to$ (f का परिसर)} का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 14. सरलतम रुप में लिखिए– $\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$.

अथवा

निम्न समीकरण को हल कीजिए– $\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) - \frac{1}{2}\tan^{-1}x = 0$, जहाँ $x > 0$

प्रश्न 15. सिद्ध कीजिए –

$$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix} = -2\,(x^3 + y^3)$$

प्रश्न 16. यदि $y = \tan^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 17. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ वर्धमान या ह्रासमान है।

अथवा

वक्र $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिनपर स्पर्शरेखा x–अक्ष के समानांतर है।

प्रश्न 18. $\int \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1}dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 19. अवकल समीकरण $\cos x \frac{dy}{dx} + y = \sin x$ को हल कीजिए।

प्रश्न 20. 6 इकाई का बल सदिश $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के समानान्तर कार्य करता है, एवं कण को बिन्दु $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ से बिन्दु $5\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ तक विस्थापित कर देता है। बल के द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 21. सिद्ध कीजिए– $[\vec{a}+\vec{b}\ \ \vec{b}+\vec{c}\ \ \vec{c}+\vec{a}] = 2[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$

प्रश्न 22. एक कक्षा में 30% विद्यार्थी भौतिकी में , 25% विद्यार्थी गणित में तथा 10% दोनो में फेल होते हैं। एक छात्र यदृच्छया चुना जाता है तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह–

(I) गणित में फेल होता है , यदि भौतिकी में फेल है।

(II) भौतिकी में फेल होता है जबकि वह गणित में फेल है।

z

प्रश्न 23. एक थैले में 50 बोल्ट तथा 150 नट हैं। आधे बोल्ट और आधे नट जंग लगे हैं। यदि यदृच्छया एक नट थैले से निकाला जाता है, तो इसके जंग लगे हुए या बोल्ट होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड (द)

प्रश्न 24. 4 किग्रा प्याज , 3 किग्रा गेहूँ और 2 किग्रा चावल का मूल्य 60 रु. है। 2 किग्रा प्याज , 4 किग्रा गेहूँ और 6 किग्रा चावल का मूल्य 90 रु. है। 6 किग्रा प्याज , 2 किग्रा गेहूँ और 3 किग्रा चावल का मूल्य 70 रु. है। आव्यूह विधि द्वारा प्रत्येक का मूल्य प्रति किग्राम ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 25. यदि $y = (\tan^{-1}x)^2$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि , $(x^2+1)^2y_2 + 2x(x^2+1)y_1 = 2$

प्रश्न 26. मान ज्ञात कीजिए– $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$

प्रश्न 27. सिद्ध कीजिए कि– $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$

अथवा

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन विधि से ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 28. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (0, −1 , −1) , (4, 5 , 1) , (3, 9 , 4) तथा (−4, 4,, 4) समतलीय हैं।

अथवा

रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + t(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + s(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 29. निम्न असमीकरणों द्वारा निर्धारित क्षेत्र को ग्राफ द्वारा दर्शाइए–

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$2x + 5y \leq 16$$
$$2x + y \leq 8$$

तथा $P = 5x + 4y$ के अधिकतम मान हेतु x, y के मान ज्ञात कीजिए।

z